

Exemple 2 : Comparer des nombres en utilisant la notation scientifique

Lequel s'est rendu le plus loin ?

- le rayon de lumière voyageant à une vitesse d'environ 300 000 km par seconde durant une semaine ;
- la navette spatiale *Voyager 1* filant à une vitesse d'environ 63 000 km à l'heure durant un siècle.

Solution

Le rayon de lumière a parcouru environ $1,814 \times 10^{11}$ km.

Voyager 1 a parcouru environ $5,519 \times 10^{10}$ km.

$$1,814 \times 10^{11} > 5,519 \times 10^{10}$$

$$10^{11} > 10^{10}$$

Le rayon de lumière s'est rendu le plus loin.

A Vérification

4. Indique si le nombre est en notation scientifique, en notation courante ou en notation développée.

- a) 1 300 000
- b) $1,235 \times 10$
- c) $1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 5 \times 1$

5. Copie puis complète le tableau.

Notation courante	Notation développée	Notation scientifique
360	$3 \times 10^2 + 6 \times 10$	$3,6 \times 10^2$
	$3 \times 10^3 + 6 \times 10^2$	
		$3,6 \times 10^4$
360 000		

6. Quel nombre est le plus grand ?

- 4 376
- $5 \times 10^3 + 4 \times 10^2$
- $6,13 \times 10^3$

B Application

7. Exprime chaque nombre en notation développée.

- a) 2 345
- b) 11 289
- c) 105 284
- d) 1 045 605

8. Exprime chaque nombre en notation courante.

- a) $1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 \times 1$
- b) $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 7 \times 10 + 0 \times 1$
- c) $8 \times 10^6 + 1 \times 10^5 + 5 \times 1$

9. Indique quels nombres sont en notation scientifique. Explique ton raisonnement.

- a) $12,5 \times 10^7$
- b) $5,688 \times 10^{12}$
- c) $0,43 \times 10^6$
- d) $4,5 \times 5^6$

10. Exprime chaque nombre en notation scientifique.

- a) 1 300 000
- b) 12 500
- c) 882 500 000
- d) 51 670 000

- 11. a) Calcule chaque puissance de 10.
 10^3 10^6 10^9 10^{12}
- b) Compare la valeur de chaque puissance de 10 en a) avec son exposant. Quelle régularité vois-tu apparaître ?
- c) Prédise la valeur de 10^{15} .

12. Exprime chaque nombre en notation courante.

- a) $1,235 \times 10$
- b) $8,01 \times 10^6$
- c) $5,688 \times 10^{12}$
- d) $3,5 \times 10^{10}$

13. Quel nombre est le plus grand ? Explique ton raisonnement.

- 987 098
- $6 \times 10^5 + 3 \times 10 + 1 \times 1$
- $1,0 \times 10^6$

14. Pourquoi la calculatrice exprime-t-elle certains nombres en notation scientifique plutôt qu'en notation courante ?

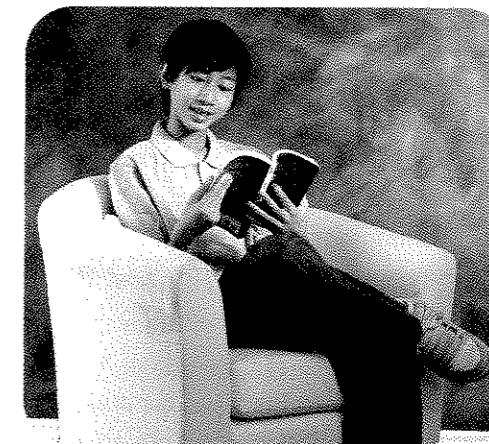
15. Dans les médias, les grands nombres sont souvent exprimés sous la forme de nombres décimaux. Exprime les nombres suivants en notation scientifique.

- a) 1,4 million, soit le nombre approximatif d'octets de mémoire sur une disquette (un million d'octets = un mégaoctet)
- b) 1,4 milliard, soit le nombre approximatif d'octets de mémoire requis pour stocker une encyclopédie dans un ordinateur (un milliard d'octets = un gigaoctet)
- c) 2,5 billions, soit le nombre approximatif d'octets de mémoire dans les ordinateurs de Statistique Canada (un billion d'octets = un téraoctet)

- 16. a) Explique comment tu peux passer de la notation courante d'un nombre à sa notation développée. Appuie ton explication sur un exemple.
- b) Explique comment tu peux passer de la notation scientifique d'un nombre à sa notation courante. Appuie ton explication sur un exemple.

17. Réponds à chaque question. Montre ton travail et écris ta réponse en notation développée ou en notation scientifique.

- a) Combien de fois, environ, ton cœur a-t-il battu depuis ta naissance ?
- b) La plupart des gens clignent des yeux toutes les 2 à 10 secondes. Combien de fois, environ, as-tu cligné des yeux depuis ta naissance ?
- c) L'œil humain peut percevoir environ 36 000 octets d'informations à l'heure. Combien d'octets d'informations, environ, as-tu perçus depuis ta naissance ?



18. Quel prix a la plus grande valeur ? Explique ton raisonnement.

- un prix selon sa valeur au 31 mars, qui valait 3 \$ le 1^{er} mars et qui a triplé de valeur chaque jour
- un prix selon sa valeur dans 50 ans, si on y ajoute 1 million de dollars chaque jour

C Prolongement

- 19. En 2004, l'actif de William Gates III, de Microsoft, était estimé à 46,6 milliards de dollars américains.
- a) Que valait ce montant en dollars canadiens si 1 \$ US valait alors environ 1,29 \$ CA ?
- b) Exprime le montant calculé en a) en notation scientifique.

A Vérification

3. Estime la racine carrée de chaque nombre à une décimale près.

- a) $\sqrt{15}$ c) $\sqrt{50}$
b) $\sqrt{300}$ d) $\sqrt{122}$

4. Détermine si la racine carrée des nombres suivants est un nombre naturel. Calcule ensuite la racine carrée. Arrondis à trois décimales, si nécessaire.

- a) $\sqrt{42}$ c) $\sqrt{961}$
b) $\sqrt{144}$ d) $\sqrt{2\,052}$

5. Utilise la formule ci-dessous pour estimer, en centimètres, l'épaisseur de glace requise pour supporter chaque véhicule.

$$\text{Épaisseur requise (cm)} = 0,38\sqrt{\text{charge (kg)}}$$

- a) une auto ayant un poids de 800 kg
b) un camion ayant un poids de 1 800 kg



B Application

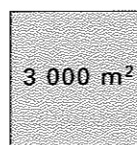
6. Procède par estimation pour déterminer si chaque réponse est vraisemblable. Si une réponse n'est pas vraisemblable, corrige-la en utilisant la touche de racine carrée de ta calculatrice.

- a) $\sqrt{8} \doteq 2,8$ d) $\sqrt{342} \doteq 28,5$
b) $\sqrt{10} \doteq 3,2$ e) $\sqrt{1\,482} \doteq 38,5$
c) $\sqrt{289} = 27$ f) $\sqrt{3\,052} \doteq 55,2$

7. Calcule les racines carrées.

- a) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{150}$ e) $\sqrt{800}$
b) $\sqrt{75}$ d) $\sqrt{38}$ f) $\sqrt{3\,900}$

8. Un terrain carré a une aire de 3 000 m².



- a) La longueur du côté du terrain, en mètres, est-elle un nombre naturel? Explique comment tu fais pour le savoir.
b) Estime la longueur du côté du terrain.
c) Comment sais-tu que la longueur du côté du terrain se situe entre 50 m et 60 m?
d) Calcule la longueur du côté du terrain.

9. Explique comment tu sais que $\sqrt{71}$ est entre 8 et 9.

10. Explique comment on peut élever des nombres au carré pour estimer $\sqrt{7}$.

11. Utilise le calcul mental pour calculer la racine carrée de chaque nombre. Puis, élève tes réponses au carré pour les vérifier.

- a) $\sqrt{100}$ c) $\sqrt{400}$ e) $\sqrt{1\,600}$
b) $\sqrt{144}$ d) $\sqrt{900}$ f) $\sqrt{3\,600}$

12. À l'aide de la formule ci-dessous, estime le temps que prend un objet pour tomber de la hauteur indiquée.

$$\text{Temps (s)} = 0,45\sqrt{\text{hauteur (m)}}$$

- a) 100 m d) 900 m
b) 200 m e) 2 000 m
c) 400 m f) 10 000 m

13. Nico élève des nombres au carré et obtient les réponses ci-dessous. À l'aide du calcul mental, trouve les nombres qu'il a élevés au carré. Explique ton raisonnement.

- a) 49 c) 30 e) 169
b) 1 225 d) 72 f) 625

14. a) Choisis un nombre.

b) Trouve un nombre dont la racine carrée est inférieure au nombre que tu as choisi.

c) Trouve le nombre dont la racine carrée est le nombre que tu as choisi.

d) Trouve un nombre dont la racine carrée est supérieure au nombre que tu as choisi.

15. a) Essaie le truc de Tamara :

- Choisis un nombre naturel plus grand que 0.
- Élève-le au carré.
- Additionne à ce résultat deux fois ton nombre initial.
- Additionne 1.
- Calcule la racine carrée de la somme obtenue.
- Soustrais ton nombre initial.
- Écris ta réponse.



b) Essaie le truc de Tamara avec quatre autres nombres.

c) Que remarques-tu au sujet de tes réponses en a) et b)?

16. 1936 fut la dernière année dont la racine carrée est un nombre naturel. Quelle sera la prochaine année dont la racine carrée est un nombre naturel? Explique ton raisonnement.

17. Examine chaque nombre. Quel nombre peux-tu ajouter à chacun pour donner un nombre dont la racine carrée est un nombre entier?

- a) 42 c) 470
b) 101 d) 1 000

18. Un palindrome est un nombre qui se lit de gauche à droite ou de droite à gauche. Le nombre 14 641 et sa racine carrée 121 sont deux palindromes. Trouve au moins trois autres nombres qui sont des palindromes et dont la racine carrée est aussi un palindrome.

19. a) Calcule les racines carrées.

$$\sqrt{5} \qquad \sqrt{50\,000}$$

$$\sqrt{500} \qquad \sqrt{5\,000\,000}$$

- b) Décris une régularité qui apparaît en a).
c) Trouve la prochaine racine carrée qui prolongera cette régularité.

C Prolongement

20. Éric calcule la racine carrée d'un nombre, et ensuite la racine carrée de cette racine carrée. Sa réponse est 25. Quel était son nombre initial? Explique ton raisonnement.

21. a) Choisis trois nombres de deux chiffres. Effectue la factorisation primaire de chacun.

b) Élève au carré chaque nombre de a). Détermine la factorisation primaire de chaque nombre carré.

c) Compare la factorisation primaire de chaque nombre carré avec la factorisation primaire de sa racine carrée. Comment peux-tu utiliser la factorisation primaire d'un nombre carré pour calculer sa racine carrée?

d) Utilise la factorisation primaire de 23 409 pour calculer sa racine carrée.
 $23\,409 = 3^4 \times 17^2$

22. a) Essaie le truc de Sheree :

- Choisis un nombre de deux chiffres.
- Soustrais 2 de ce nombre.
- Calcule le produit de ces deux nombres.
- Additionne 1 au produit.
- Calcule la racine carrée de cette somme.

b) Répète le truc de Sheree avec un autre nombre de deux chiffres.

c) Que remarques-tu au sujet de tes réponses en a) et b)?



1.7

Explorer les carrés et les racines carrées

Matériel nécessaire

- du papier à points quadrillé (en cm)
- une calculatrice

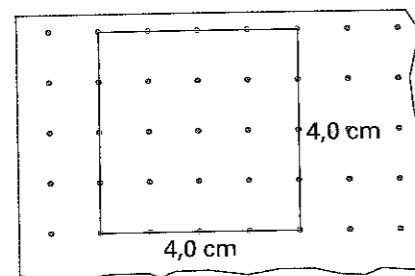
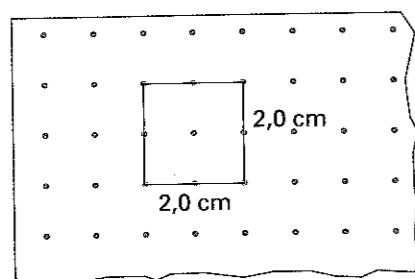
ATTENTE

Déterminer la longueur de la diagonale et du côté d'un carré ainsi que son aire.

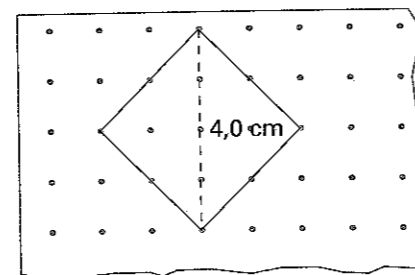
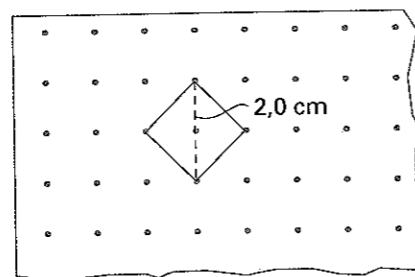
Explore les maths

Manuel trace les carrés suivants sur du papier à points quadrillé. Ensuite, il compare la longueur du côté et l'aire des carrés droits avec la longueur de la diagonale et la longueur du côté des carrés inclinés ainsi qu'avec leur aire.

Carrés droits



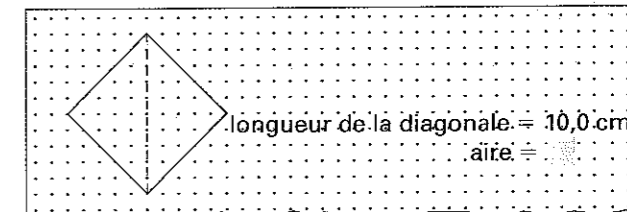
Carrés inclinés



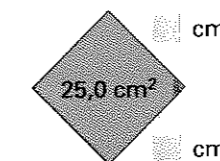
? Comment peux-tu déterminer l'aire d'un carré sur du papier à points quadrillé?

- Copie chaque carré droit et chaque carré incliné sur du papier à points quadrillé 1 cm. Détermine l'aire de chacun.
- Sur du papier à points quadrillé, trace un carré droit dont le côté mesure 6 cm. Ensuite, trace un carré incliné dont la diagonale mesure 6 cm. Détermine l'aire de chacun.
- Trace un autre carré droit et le carré incliné qui lui correspond. Assure-toi que la diagonale du carré incliné et le côté du carré droit ont la même longueur. Compare l'aire des deux carrés.

- Comment peux-tu prédire l'aire d'un carré incliné si tu connais la longueur de sa diagonale? Trace un autre carré incliné et calcule son aire pour vérifier ta prédiction.



- Comment peux-tu déterminer la longueur du côté d'un carré si tu en connais l'aire?



- Comment peux-tu utiliser tes réponses de A à E pour déterminer la longueur du côté des carrés inclinés que tu as tracés sur le papier à points quadrillé? Inscris la longueur de la diagonale ainsi que l'aire et la longueur du côté de chaque carré incliné dans un tableau comme celui-ci:

Longueur de la diagonale (cm)	Aire (cm ²)	Longueur du côté (cm)
2,0		
4,0		
6,0		
		10,0
	25,0	

- Donne l'aire et la longueur de la diagonale du plus grand carré incliné que tu peux tracer sur le papier à points quadrillé. Montre ton travail.

Réflexion

- La diagonale d'un carré incliné mesure 2 cm. Comment fais-tu pour savoir que le côté de ce carré mesure plus de 1 cm?
- L'aire d'un carré dont la diagonale mesure 10 cm est nécessairement inférieure à celle d'un carré dont le côté mesure 10 cm. Explique pourquoi.
 - Quelle est l'aire d'un carré dont la diagonale mesure 100 cm? Explique ton raisonnement.
 - Combien mesure le côté de ce carré? Explique ton raisonnement.
- Comment peux-tu déterminer l'aire d'un carré si tu sais combien mesure son côté?
 - Comment peux-tu déterminer l'aire d'un carré si tu sais combien mesure sa diagonale?
 - Comment peux-tu déterminer la longueur du côté d'un carré si tu sais combien mesure sa diagonale?